# 大 阪 大 谷 大 学

## 令和6年度　入学試験問題（一般　前期）

# 数　　学

### 注意事項

1. 問題は全部で 4 ページです。解答用紙は 1 枚です。
2. 解答用紙の所定欄に氏名を記入してください。
3. マーク欄はすべて、正しく黒鉛筆またはシャープペンシルでマークしてください。
4. 解答用紙の所定欄に受験番号を記入し、その下のマーク欄に正しくマークしてください。受験番号のマーク欄は⓪から始まっています。
5. 解答用紙の所定欄に入試区分を正しくマークしてください。
6. 裏表紙の「解答上の注意」に従って、解答用紙の解答記入欄に正しくマークしてください。
7. 問題は持ち帰ってください。

### 解答上の注意

解答上の注意は、裏表紙に記載してあります。この問題冊子を裏返して必ず読んでください。

$\boxed{1}$ 次の(1)〜(6)の問いに答えよ。

(1) $x=\sqrt{3}+\sqrt{2}$ のとき，

$$\frac{1}{x}=\sqrt{\boxed{\ 1\ }}-\sqrt{\boxed{\ 2\ }},\quad x^2+\frac{1}{x^2}=\boxed{\ 3\ }\boxed{\ 4\ }$$

である。

(2) $x+y=4$ とする。

(i) $-1 \leqq x \leqq 2$ において，$x^2-y^2$ の最大値は $\boxed{\ 5\ }$ である。

(ii) $x^2+y^2$ の最小値は $\boxed{\ 6\ }$ であり，このとき $x=\boxed{\ 7\ }$，$y=\boxed{\ 8\ }$ である。

(3) 8個の文字 K，A，W，A，S，A，K，I を横一列に並べるとき，並べ方の総数は $\boxed{\ 9\ }\boxed{\ 10\ }\boxed{\ 11\ }\boxed{\ 12\ }$ 通りある。そのうち，3個のAが連続するような並べ方は全部で $\boxed{\ 13\ }\boxed{\ 14\ }\boxed{\ 15\ }$ 通り，2個のAだけが連続するような並べ方は全部で $\boxed{\ 16\ }\boxed{\ 17\ }\boxed{\ 18\ }\boxed{\ 19\ }$ 通りある。

(4) $\triangle$ABCにおいて，$\dfrac{\sin A}{7}=\dfrac{\sin B}{8}=\dfrac{\sin C}{5}$ とする。

$\mathrm{BC}:\mathrm{CA}:\mathrm{AB}=\boxed{\ 20\ }:\boxed{\ 21\ }:\boxed{\ 22\ }$，$\angle\mathrm{BAC}=\boxed{\ 23\ }\boxed{\ 24\ }^\circ$ であり，

$\triangle$ABCの外接円の半径が7のとき，$\triangle$ABCの面積は $\boxed{\ 25\ }\boxed{\ 26\ }\sqrt{\boxed{\ 27\ }}$ である。

(5) 35人のクラスで犬を飼っている生徒は20人，猫を飼っている生徒は11人であった。

(i) どちらも飼っていない生徒が9人だったとき，どちらも飼っている生徒は $\boxed{\ 28\ }$ 人である。

(ii) どちらも飼っている生徒は，最大で $\boxed{\ 29\ }\boxed{\ 30\ }$ 人である。

(6) $x^2-y^2=8$ …① を満たす整数 $x$，$y$ の組 $(x,\ y)$ のうち，$x$，$y$ がともに自然数であるものは $x=\boxed{\ 31\ }$，$y=\boxed{\ 32\ }$ である。また，①を満たす整数 $x$，$y$ の組 $(x,\ y)$ は全部で $\boxed{\ 33\ }$ 通りある。

$\boxed{2}$ 次の(1)〜(4)の問いに答えよ。

(1) $x$の整式$f(x)$を $x+2$ で割ると7余り，$x-1$ で割ると4余る。

$f(x)$を $(x+2)(x-1)$ で割った余りは $\boxed{34}x+\boxed{35}$，

$f(x)$を $x+2$ で割った商を $x-1$ で割った余りは $\boxed{36}\boxed{37}$ である。

(2) 円$C$：$(x-3)^2+(y-1)^2=5$ と $x$ 軸の交点をA, Bとすると，線分ABの長さは$\boxed{38}$である。また，円 $C$ 上の 2 点 A，B におけるそれぞれの接線の交点の座標は$\left(3,\boxed{39}\boxed{40}\right)$である。

(3) 関数 $y=\log_3 x$ のグラフを $x$ 軸方向に 1，$y$ 軸方向に 3 だけ平行移動したグラフは点$\left(4,\boxed{41}\right)$を通る。この平行移動したグラフと，もとのグラフとの共有点の $y$ 座標は

$\boxed{42}-\log_3\boxed{43}\boxed{44}$ である。ただし，$\boxed{43}\boxed{44}$は最も小さい数で答えよ。

(4) 加法定理 $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$ …① について

①の$\beta$に$\alpha$を代入して，$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ を用いると

$$\cos 2\alpha=\boxed{45}-\boxed{46}\sin^2\alpha \quad \cdots ②$$

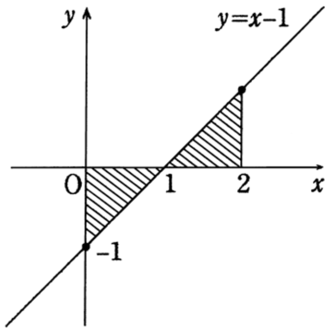
が得られる。②を用いて，$0\leqq x<2\pi$のとき $x$ の不等式 $\cos 2x+3\sin x-2\geqq 0$ を解くと

$\dfrac{\boxed{47}}{\boxed{48}}\pi\leqq x\leqq\dfrac{\boxed{49}}{\boxed{50}}\pi$ である。

**3**　O(0,　0)を原点とする座標平面において，図形で囲まれた部分の面積について考える。

(1)　直線 $y=x-1$，$x=0$，$x=2$，$x$ 軸で囲まれた右図の斜線部分の面積は 1 であり，

これは，$-\int_0^{\boxed{51}}(x-1)\,dx+\int_{\boxed{51}}^{2}(x-1)\,dx$，または，絶対値を用いた $\int_0^2|x-1|\,dx$ を計算して求めることができる。




(2)　$a$ を定数として，放物線　$y=-x^2+2ax+a$　…①　と　直線　$y=x-a$…②　は，

$a\neq\dfrac{\boxed{52}\boxed{53}}{\boxed{54}}$ のとき，異なる 2 点で交わる。

このとき，①と②の交点の $x$ 座標は $\boxed{55}\boxed{56}$，$\boxed{57}\,a$　である。

①と②で囲まれた部分の面積は

$a>\dfrac{\boxed{52}\boxed{53}}{\boxed{54}}$　のとき，$\dfrac{\boxed{58}}{\boxed{59}}\left(\boxed{60}\,a+\boxed{61}\right)^{\boxed{62}}$，

$a<\dfrac{\boxed{52}\boxed{53}}{\boxed{54}}$　のとき，$-\dfrac{\boxed{58}}{\boxed{59}}\left(\boxed{60}\,a+\boxed{61}\right)^{\boxed{62}}$

である。

(3)　$a$ を正の定数とする。

(i)　$\int_0^{2a}|x-a|\,dx=a^{\boxed{63}}$　である。

(ii)　放物線　$y=-x^2+2ax+a$　…①　と　折れ線　$y=|x-a|$　…③　の

交点の $x$ 座標は $\boxed{64}$，$\boxed{65}\,a$　であり，

放物線①と折れ線③で囲まれた部分の面積は $\dfrac{\boxed{66}}{\boxed{67}}a^{\boxed{68}}+a^{\boxed{69}}$ である。

$\boxed{4}$ 1 辺の長さが 1 の正四面体 O-ABC において，辺 OA を 1：3 に内分する点を P，辺 BC の中点を Q，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とする。

(1) $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{c}=\vec{c}\cdot\vec{a}=\dfrac{\boxed{70}}{\boxed{71}}$ である。

また，$\overrightarrow{OP}=\dfrac{\boxed{72}}{\boxed{73}}\vec{a}$，$\overrightarrow{OQ}=\dfrac{\boxed{74}}{\boxed{75}}\vec{b}+\dfrac{\boxed{76}}{\boxed{77}}\vec{c}$ であるから

$$\overrightarrow{PQ}=-\dfrac{\boxed{72}}{\boxed{73}}\vec{a}+\dfrac{\boxed{74}}{\boxed{75}}\vec{b}+\dfrac{\boxed{76}}{\boxed{77}}\vec{c}$$

このとき $\left|\overrightarrow{PQ}\right|=\dfrac{\boxed{78}}{\boxed{79}}$，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{PQ}=\dfrac{\boxed{80}}{\boxed{81}}$

よって，$\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{PQ}$ のなす角を $\theta$ とすると

$$\cos\theta=\dfrac{\boxed{82}}{\boxed{83}} \text{ から } \theta=\boxed{84}\boxed{85}^\circ$$

である。

(2) 平面 OAB に，点 Q から垂線 QH を下ろす。

点 H は平面 OAB 上の点であり，$\overrightarrow{QH}\cdot\vec{a}=\overrightarrow{QH}\cdot\vec{b}=\boxed{86}$ であるから

$$\overrightarrow{OH}=\dfrac{\boxed{87}}{\boxed{88}}\vec{a}+\dfrac{\boxed{89}}{\boxed{90}}\vec{b}$$

である。

# <u>解答上の注意</u>

1. 解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。

2. 問題の文中の $\boxed{\ 1\ }$，$\boxed{\ 2\ }\boxed{\ 3\ }$ などには，特に指示がないかぎり，符号（－），数字（0～9）が入ります。$\boxed{\ 1\ }$，$\boxed{\ 2\ }$，$\boxed{\ 3\ }$，……の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の 1，2，3，……で示された解答欄にマークして答えなさい。

   例 $\boxed{\ 1\ }\boxed{\ 2\ }\boxed{\ 3\ }$ に 720 と答えたいとき

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | ⊖ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 2 | ⊖ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 3 | ⊖ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

   なお，同一の問題文中に $\boxed{\ 1\ }$，$\boxed{\ 2\ }\boxed{\ 3\ }$ などが 2 度以上現れる場合，2 度目以降は，$\boxed{\ \mathit{1}\ }$，$\boxed{\ \mathit{2}\ }\boxed{\ \mathit{3}\ }$ のように細字で表記します。

3. 分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。例えば，

   $\dfrac{\boxed{\ 4\ }\boxed{\ 5\ }}{\boxed{\ 6\ }}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

   また，それ以上約分できない形で答えなさい。例えば，$\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{2a+1}{3}$ と答えるところを $\dfrac{6}{8}$，$\dfrac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

4. 根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。例えば，$4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$，$6\sqrt{2a}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$，$3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

5. 比で解答する場合，最も簡単な整数比で答えなさい。例えば，2：1 を 4：2 のように答えてはいけません。