大 阪 大 谷 大 学

令和6年度　入学試験問題（一般　中期）

数　学

注意事項

1. 問題は全部で5ページです。解答用紙は1枚です。
2. 解答用紙の所定欄に氏名を記入してください。
3. マーク欄はすべて、正しく黒鉛筆またはシャープペンシルでマークしてください。
4. 解答用紙の所定欄に受験番号を記入し、その下のマーク欄に正しくマークしてください。受験番号のマーク欄は⓪から始まっています。
5. 解答用紙の所定欄に入試区分を正しくマークしてください。
6. 裏表紙の「解答上の注意」に従って、解答用紙の解答記入欄に正しくマークしてください。
7. 問題は持ち帰ってください。

解答上の注意

解答上の注意は、裏表紙に記載してあります。この問題冊子を裏返して必ず読んでください。

$\boxed{1}$ 次の(1)～(5)の問いに答えよ。

(1) $\left(2+\sqrt{3}+\sqrt{7}\right)\left(2+\sqrt{3}-\sqrt{7}\right)=\boxed{\ 1\ }\sqrt{\boxed{\ 2\ }}$ であるから，この式を用いて次の分数の分母を有理化すると

$$\frac{1}{2+\sqrt{3}+\sqrt{7}}=\frac{\boxed{\ 3\ }+\boxed{\ 4\ }\sqrt{\boxed{\ 5\ }}-\sqrt{\boxed{\ 6\ }\boxed{\ 7\ }}}{12}$$

である。

(2) kを定数とする。2次関数 $y=-2x^2+kx+1$ のグラフが点 $(1,\ 8)$ を通るとき

$k=\boxed{\ 8\ }$ であり，$1\leqq x\leqq 4$ における y の値の範囲は $\boxed{\ 9\ }\leqq y\leqq\dfrac{\boxed{10}\boxed{11}}{\boxed{12}}$

である。

(3) $\boxed{1}\ \boxed{2}\ \boxed{2}\ \boxed{3}\ \boxed{3}\ \boxed{3}$ の6枚のカードが入った箱の中から無作為に2枚のカードを取り出すとき，2枚とも $\boxed{3}$ のカードである確率は $\dfrac{\boxed{13}}{\boxed{14}}$ である。

また，このとき取り出した2枚のカードが異なる数字のカードである確率は

$$\frac{\boxed{15}\boxed{16}}{\boxed{17}\boxed{18}}$$

である。

(4) 図のように，長さ6の線分ABを直径とする円周上に$\angle\mathrm{PBA}=15°$となる点P，さらに点Aを含まない弧PB上に$\mathrm{PQ}=3$となる点Qをとる。この円の中心をOとするとき

(i) $\angle\mathrm{PAB}=\boxed{19}\boxed{20}°$

$\angle\mathrm{POQ}=\boxed{21}\boxed{22}°$

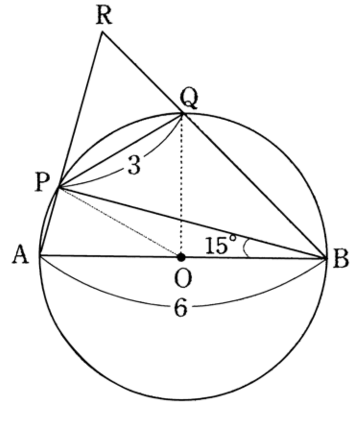
$\angle\mathrm{PBQ}=\boxed{23}\boxed{24}°$

である。

(ii) 直線APと直線BQの交点をRとすれば，△RABにおいて

$\mathrm{RA}=\boxed{25}\sqrt{\boxed{26}}$，$\mathrm{RB}=\boxed{27}\sqrt{\boxed{28}}+\sqrt{\boxed{29}}$

である。



(5) 自然数 m, n について $\frac{1}{m}+\frac{4}{n}=\frac{1}{2}$ が成り立っている。

このとき，$\left(m-\boxed{30}\right)\left(n-\boxed{31}\right)=\boxed{32}\boxed{33}$ であるから，自然数 m, n の値の組$(m,\ n)$は全部で $\boxed{34}$ 通りあり，そのうち $|m-n|$ が最大となるのは

$m=\boxed{35}$，$n=\boxed{36}\boxed{37}$

のときである。

$\boxed{2}$ 次の(1)〜(5)の問いに答えよ。

(1) $a,\ b,\ c$が定数で，$x^3-ax^2+9x-3=(x-1)^3+b(x-1)+c$ が x についての恒等式であるとき

$a=\boxed{38}$ ，$b=\boxed{39}$ ，$c=\boxed{40}$

である。

(2) iを虚数単位とするとき，$\dfrac{x}{1+i}-\dfrac{5y}{3+i}=8-6i$ を満たす実数 $x,\ y$を求めると

$x=\boxed{41}\boxed{42}$，$y=\boxed{43}\boxed{44}$

である。

(3) 点$(6,\ 6\sqrt{3})$から円$x^2+y^2=36$には２本の接線が引ける。この２本の接線の方程式は

$x=\boxed{45}$ と $x-\sqrt{\boxed{46}}\,y+\boxed{47}\boxed{48}=0$

である。

(4) θが第２象限の角で $\cos\theta=-\dfrac{3}{5}$ であるとき

$\sin\theta=\dfrac{\boxed{49}}{\boxed{50}}$ ，$\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{\boxed{51}\sqrt{\boxed{52}}}{\boxed{53}\boxed{54}}$

である。

(5) $0<x<1$ のとき，方程式 $\log_2 x-\log_x 256=2$ を満たすxを求めたい。

この方程式は

$\log_2 x-\dfrac{\boxed{55}}{\log_2 x}-2=0$ と変形できて

$0<x<1$ より $\log_2 x=\boxed{56}\boxed{57}$ であるから， $x=\dfrac{\boxed{58}}{\boxed{59}}$

と求めることができる。

$\boxed{3}$ a を 0 でない定数として，x の 3 次関数 $f(x)=ax^2(x+3a)$ を考える。

(1) $f'(x)=\boxed{\ 60\ }ax\left(x+\boxed{\ 61\ }a\right)$ である。

(2) $a=\sqrt{5}$ のとき，$f(x)$ は

$x=\boxed{\ 62\ }\boxed{\ 63\ }\sqrt{5}$ のとき極大で，極大値は $\boxed{\ 64\ }\boxed{\ 65\ }\boxed{\ 66\ }$

$x=\boxed{\ 67\ }$ のとき極小で，極小値は $\boxed{\ 68\ }$

である。

(3) 不等式 $f(x)>0$ を満たす自然数 x の値が 6 個だけ存在するような a の値の範囲は，

$p=\dfrac{\boxed{\ 69\ }\boxed{\ 70\ }}{\boxed{\ 71\ }}$ ，$q=\boxed{\ 72\ }\boxed{\ 73\ }$ （$p<q$）を用いて $\boxed{\ 74\ }$ と表せる。

ただし，$\boxed{\ 74\ }$ については次の ⓪～⑦ から適する番号を入れよ。

⓪ $a<p$，$q<a$　　① $a\leqq p$，$q<a$　　② $a<p$，$q\leqq a$

③ $a\leqq p$，$q\leqq a$　　④ $p<a<q$　　⑤ $p\leqq a<q$

⑥ $p<a\leqq q$　　⑦ $p\leqq a\leqq q$

4

自然数 1，2，3，4，5，…を表のように順番に並べ，

横の並びを第 1 行，第 2 行，…

縦の並びを第 1 列，第 2 列，…

と呼ぶことにする。

例えば，12 は第 2 行第 4 列の数である。

このとき，第 1 行第 n 列の数を a_n として，次の問いに答えよ。

	第1列↓	第2列↓						
第 1 行→	1	2	4	7	11	16		
第 2 行→	3	5	8	12	17			
	6	9	13	18				
	10	14	19					
	15	20						
	21							

(1) $a_9 = \boxed{75}\boxed{76}$ である。

(2) a_n ，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k$ をそれぞれ n の式で表すと

$$a_n = \frac{n^{\boxed{77}} - n + \boxed{78}}{\boxed{79}}$$

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = \frac{n^{\boxed{80}} + \boxed{81}\,n}{\boxed{82}}$$

である。

(3) $a_n \leqq 100$ を満たす最大の自然数 n の値は $n = \boxed{83}\boxed{84}$ であり，

$a_{\boxed{83}\boxed{84}} = \boxed{85}\boxed{86}$ である。

したがって，この表において 100 は

第 $\boxed{87}$ 行 第 $\boxed{88}$ 列

の数である。

解答上の注意

1. 解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。

2. 問題の文中の $\boxed{1}$ ，$\boxed{2}\boxed{3}$ などには，特に指示がないかぎり，符号（−），数字（0〜9）が入ります。$\boxed{1}$ ，$\boxed{2}$ ，$\boxed{3}$ ，……の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の 1，2，3，……で示された解答欄にマークして答えなさい。

例　$\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}$ に 720 と答えたいとき

1	−	0	1	2	3	4	5	6	**7**	8	9
2	−	0	1	**2**	3	4	5	6	7	8	9
3	−	**0**	1	2	3	4	5	6	7	8	9

なお，同一の問題文中に $\boxed{1}$ ，$\boxed{2}\boxed{3}$ などが2度以上現れる場合，2度目以降は，$\boxed{\mathit{1}}$ ，$\boxed{\mathit{2}}\boxed{\mathit{3}}$ のように細字で表記します。

3. 分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。例えば，

$\dfrac{\boxed{4}\boxed{5}}{\boxed{6}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

また，それ以上約分できない形で答えなさい。例えば，$\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{2a+1}{3}$ と答えるところを $\dfrac{6}{8}$，$\dfrac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

4. 根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。例えば，

$4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$，$6\sqrt{2a}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$，$3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

5. 比で解答する場合，最も簡単な整数比で答えなさい。例えば，2：1を4：2のように答えてはいけません。